.

DIDATTICA DELLE SCIENZE / numero 175 / gennaio 1995

**GALILEO, FRA' GIOACHINO**

**E GLI INDIVISIBILI**

**Giuseppe Terregino**

*L'Autore delinea la figura di fra Gioachino, personaggio poco conosciuto impegnato come tanti altri a combattere il copernicanesimo galileiano.*

1. Fra' Gioachino. Chi era costui? Molto meno del Carneade di manzoniana memoria: un frate come tanti, che nella seconda metà del Settecento svolgeva il ruolo di modesto docente in un convento sicilano1. È pertanto veramente esagerato accostarlo al padre della scienza moderna. L'accostamento non risulta però forzato, né irriverente, se fra' Gioachino può impersonare quel clero di medio livello intellettuale del qual ben si servirono gli oppositori di Galileo, sfruttandone la relativa impreparazione scientifica e lo zelante conformismo alle direttive gerarchiche in materia religiosa. Gli stessi Lorini e Caccini, passati alla storia proprio per i loro attacchi contro il copernicanesimo galileiano, chi furono se non dei modesti e forse inconsapevoli strumenti di una opposizione che aveva ben altre e più consistenti regioni della loro ingenua difesa del dettame biblico2? Fra' Gioachino fu certo uno di loro. Forse più modesto culturalmente e meno impegnato nel compito di controbattere la tesi galileiane, dato che queste erano state ormai bollate ufficialmente di eresia e messe al bando. Di lui ha senso parlare in riferimento a Galileo non perché egli se ne occupi espressamente, ma perché nelle sue lezioni si può cogliere l'effetto sulla fama dello scienziato pisano di quella condanna all'abiura che aveva prodotte una sola volta e additato come sostenitore della filosofia di Democrito e di Epicuro8.

2. Per quanto attiene al tema di questa nota, ossia alla questione degli indivisibili del continuo, nel manuale di fra' Gioachino non c'è alcun riferimento a Galileo. Il che è anche spiegabile, dato che questi non ebbe un ruolo di prim'ordine nel dibattito filosofico sulla composizione del continuo. È quasi ovvio che il nostro frate non pensasse affatto a Galileo con riferimento agli indivisibili matematici, che egli distingueva da quelli fisici, ma solo in relazione a questi ultimi. Riguardo ai quali, la condanna non avrebbe potuto discostarsi dalle motivazioni teologiche che respingevano l'atomismo democriteo. Quelle stesse su cui, secondo P. Redondi, autore di un singolare saggio sul caso-Galileo4, che fece alquanto scalpore, si sarebbe surrettiziamente basata la sentenza del 1633.

Il Redondi, sulla scorta di una lettera anonima giunta al Sant'Uffizio successivamente all'uscita del *Saggiatore1,* ha avanzato l'ipotesi che il vero capo d'accusa nel processo del 1633 fosse stata proprio l'eresia eucaristica ravvisabile nella sua presunta concezione atomistica della realtà6. L'imputazione di copernicanesimo sarebbe servita solo a masherare tale accusa , ben più grave e compromettente anche per il Pontefice, che dello scienziato pisano era stato un estimatore.

Non sussistono elementi per poter valutare il peso avuto dal detto documento nella economia del processo e nella definizione della sentenza. Sembra anzi da potersi escludere che esso sia stato preso in seria considerazione, essendo ben nota la fedeltà di Galileo al magistero spirituale della Chiesa e palese l'impossibilità di far discendere da un abbozzo di teoria cinetica del calore la prova di una professione convinta di materialismo meccanicistico7.

È un dato di fatto, però, che ancora nella seconda metà del Settecento, all'epoca del manoscritto da noi preso in considerazione, negli ambienti ecclesiastici Galileo venisse additato come seguace di Democrito e di Epicuro *tout court*. E non può essere senza motivo che di lui non si faccia menzione a proposito della condanna del sistema copernicano8. Questo sembra proprio con fermare la tesi del Redondi. Salve il fatto (non di poco conto) che non fu il Sant'Uffizio a giudicare Galileo colpevole di avere professati (ereticamente) la filosofia di Democrito e di Epicuro, ma chi potè approfittare del suo ostracismo intellettuale per dare a quell'accusa malevola l'effetto di una vera e propri condanna ufficiale.

3. Tornando alla questione della composizione del continuo, val la pena di ricordare come essa nel nosto manoscritto sia presentata come «omnium aliarum percelebres et perdifficilis». Ed a conferma di ciò si citano i pareri di Hurtado da Mendoza, per il quale «ejus difficultates humanum opprimunt ingenium», e Arriaga, che sul punto trattarne dice: «devenimus in materiam totius philosophiae difficillimam». Tanto che «nec ullus sese non fatetur tantae difficultatis pondere oppressum».

Consapevole della sua modestia («licet inter omnes doctores sim minimus»), fra' Gioachino affronta questione in chiave strettamente pedagogica, strutturando perciò la discussione secondo uno schema didattico collaudato, fedele, nella sostanza e nella formai ai canoni dell'aristotelismo scolastico9.

La trattazione dell’argomento («Disputatio III») si compone di quattro «quaestiones»:

I. An continuum componatur ex divisibilibus, et indivisibilibus simul;

II. An continuum sit in infinitum divisibile;

III. Utrum continuum habeat terminum magnitudinis, et parvitatis;

IV. An et quale infinitum possit ad-mitti in creatis.

Le rispettive conclusioni sono:

1. Continuum componitur non ex solis indivisibilibus: ncque ex solis divisibilibus; sed utriusque insimul;

2. Continuum, seu continui partes semper dividi possunt in infinitum;

3. Corpora inanimata non habent terminum, nec magnitudinis, nec parvitatis, ex se; per accidens vero possunt habere;

4. Repugnat in creatis infinitum causatum, tum in genere substantiae, tum in genere quantitatis, tum qualitatis, tum multitudinis. Syncategorematicum vero datur, non solum in genere quantitatis continuae et discretae, et in genere qualitatis; sed etiam in genere substantiae.

4. Nelle precedenti conclusioni non v'è nulla che non fosse già stato approfondito nella ormai secolare disputa sulla composizione del continuo. Disputa che si era animata in campo matematico attorno alla *Geometria degli indivisibili10* di Bonaventura Cavalieri, la quale proprio sul confronto tra gli indivisibili dei continui fondava la propria metodologia dimostrativa. Questo era avvenuto malgrado il suo autore, consapevole — come egli stesso ebbe a dire — del suo «poco fondamento in filosofia»11, si era ritenuto dichiaratamente estraneo alla disputa sulla composizione del continuo, affermando che il dilemma sull'essere il continuo risolubile nell'insieme dei suoi indivisibili o contemporaneamente in qualcosa d'altro era estraneo al suo metodo12; così come l'una o l'altra delle due ipotesi non avrebbe in alcun modo inficiato la verità delle sue conclusioni13.

Le obiezioni più forti al metodo di Cavalieri erano state quelle prodotte dal Guidino, il quale spostando la questione dal piano euristico-metodologico su quello ontologico, perfettamente in linea con la concezione peripatetica del continuo, aveva messo in risalto l'assurdità dell'identificare (ma Cavalieri non aveva fatto questo) le figure con gli insiemi dei loro indivisibili, stante che «la moltitudine delle linee, per quanto grandissima essa sia, non può comporre neppure una piccola superficie»14. Contestando altresì l'ammissione dell'infinito attuale propria della concezione cavalieriana col ribadire che «il continuo è divisibile all'infinito, ma non costa di infinite parti in atto, bensì soltanto in potenza, le quali parti non possono essere mai esaurite»15.

5. Un confronto tra le precedenti due citazioni e le conclusioni di fra' Gioachino mostra come queste fossero di comune dominio e ricorrenti in ogni disputa sulla composizione del continuo. Fa riflettere semmai il fatto che esse in un certo ambito culturale continuavano a far testo indiscutibile a oltre un secolo di distanza dalla adozione del metodo degli indivisibili in geometria, come se nulla fosse nel frattempo avvenuto.

Ed è singolare (ancorché pure spiegabile) che anche sulla concezione del continuo composto di parti divisibili e di indivisibili, per la sola presenza (non esclusiva) di questi ultimi potessero avere luogo obiezioni fondate non tanto su ragioni logiche, quanto su motivazioni teologiche; come quella nascente dal potersi supporre, in tale ipotesi, l'assenza del corpo di Cristo in qualche punto dell'ostia dopo la frazione di essa»10.

L'obiezione, nell'ordine di idee di fra' Gioachino, risulta ovviamente superabile17. Essa funge, infatti, da mero espediente dialettico al fine di rafforzare la tesi. Resta tuttavia esemplare di una mentalità portata a considerare il dogma criterio di verità in ogni materia. Anche quando, come nel caso specifico considerato (si trattava del continuo in campo matematico), esso nulla avesse a che vedere con la materia in argomento.

6. Ai distinguo e alle sottigliezze in cui resta impaniata la pedanteria peripatetica si contrappone l'ardita risoluzione galileiana del continuo. Con la mentalità del fisico che riesce a cogliere una verità sfuggente con un atto di geniale intuizione, Galileo non esita a risolvere la questione del continuo accettando con lucida determinazione ciò che appare sensatamente inoppugnabile; senza tenere conto di quelle obiezioni che, essendo comunque inevitabili, non producono altro effetto se non quello di ingabbiare il pensiero e costringerlo a elucubrazioni sterili e senza costrutto. «Stante — egli dice — che la linea ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti indivisibili, perché una divisione e subdivisione che si possa proseguire perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perché altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in conseguenza l'essernon quante, perché quanti infiniti fanno un'estensione infinita: e così abbiamo il continuo composto d'infiniti indivisibili»18.

In questa enunciazione c'è tutto quanto la tradizione aristotelica ha ritenuto improponibile: un atomismo matematico estremo, fino al totale annichilimento delle quantità elementari, che tuttavia restano ontologicamente presenti; l'ammissione dell'infinito attuale senza mezzi termini e reticenze. «Galileo, il primo uomo veramente moderno anche per l'affermazione della pensabilità (anzi: della *non non-pensabilita)* dell'infinito in atto»19, mette al bando ogni titubanza e dà al pensiero, anche riguardo alla concezione del continuo e dell'infinito, un nuovo slancio creativo. La sua logica è estremamente semplice: se il continuo è divisibile all'infinito (come ritengono pure gli aristotelici); se si devono ammettere entità elementari (indivisibili), che però non si possono negare, perché non si possono negare i punti nella linea, le linee nelle superfici e i piani nei solidi; che resta se non la necessità (filosofica) di ammettere che gli indivisibili siano infiniti anche in una limitata porzione di spazio? E perché ammettere l'esistenza di qualcos'altro, insieme con essi, nella composizione del continuo, se questo qualcosa serve solo a complicare la questione, senza rimuovere l'infinito e le sue insidie?

Non si può però accusare Galileo di semplicismo o di ingenuità. Egli è pienamente consapevole delle difficoltà (invero reali e oggettive) proprie dell'infinito insito nella risoluzione del continuo. Solo che riesce a individuarne le ragioni profonde: «Queste sono di quelle difficoltà — egli dice — che derivano dal discorrere che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti»20; e di queste prende, con umiltà, realisticamente atto. «Non solo egli — come fa giustamente notare il Brunetti — non cerca di distogliere dall'infinito la nostra attenzione, ma anzi insiste per un suo costante approfondimento con fedele adesione a chiari concetti scientifici senza concessioni e divagazioni di ordine filosofico, e particolarmente metafisico-religiosi»21. D'altra parte non si può negare una realtà effettiva solo perché non si è in grado di conoscerla perfettamente; come non avrebbe senso respingere i paradossi solo perché inspiegabili. I paradossi dell'infinito sono tanti. «Il merito di Galilei è di non nascondersi l'esistenza di tali paradossi e peraltro di non lasciarsene intimorire»22. Ne è anzi incuriosito, come di fronte a frammenti del mistero di una realtà inattingibile e per ciò stesso affascinante.

A proposito non si può non ricordare l'ardita e per certi versi un po' stravagante conclusione del noto teorema della «scodella»; «onde, conforme a quello che tali speculazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze dei cerchi quanto si voglia diseguali posson chiamarsi tra loro uguali, e ciascheduna eguale a un punto solo»23. Il che discende dal fatto che, rimanendo sempre uguali le sezioni della «scodella» e del cono corrispondente con un piano di giacitura costante, opportunamente assegnata, ed essendo contemporaneamente sempre uguali i solidi sezionati sopra tale piano, non ci sarebbe motivo di non ritenere uguali la circonferenza e il punto che dei detti solidi e delle loro basi sono, rispettivamente, «le ultime reliquie e vestigia lasciate da grandezze uguali»24.

Galileo, per bocca di Sagredo, considera questa conclusione «tanto gentile e peregrina» che, «parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar si bella struttura, calpestandola con qualche pedantesco affronto»25. Respingendo così le osservazioni, che sembra gli fossero state rivolte garbatamente da Bonaventura Cavalieri, tendenti a sottolineare la eterogeneità degli indivisibili messi a confronto, equiparabili solo in quanto la circonferenza e il punto sono privi di estensione superficiale (area) e di volume. Galileo non accetta una simile obiezione. Per lui gli indivisibili, oltre ad essere «non quanti» e perciò indistinguibili, non si possono assoggettare ai criteri di confronto e di somma propri delle grandezze «quante» in numero finito.

Ciò chiaramente egli mette in luce in risposta all'obiezione più ricorrente contro la composizione del continuo per mezzo di indivisibili, secondo la quale l'ammettere che due o più indivisibili possono dare una grandezza divisibile produrrebbe l'assurdità di dover considerare divisibile l'indivisibile, come nel caso di una quantità composta di un numero dispari di elementi che venisse divisa in due parti uguali. La risposta di Galileo è che «non solamente due indivisibili, ma né dieci, né cento, né mille non compongono una grandezza divisibile e quanta, ma sì bene infiniti»26.

Qui c'è, a prescindere dal merito della questione, la capacità di cogliere con anticipo secolare future acquisizioni del pensiero scientifico. Una capacità che meglio si esprime in una postilla alle *Esercitazioni filosofiche* di Antonio Rocco, dove si legge: «Infinita... è una materia lontanissima dall'esser capace di quelli attributi e condizioni alle quali soggiaciono i nostri numeri o grandezze comprese dal nostro intelletto: là non entra la maggioranza, minoranza, né equalità, non vi ha luogo né il pari né il dispari; ogni parte (se parte si può chiamare) dell'infinito è infinita; sì che, se bene una linea di cento palmi è maggiore d'una d'un palmo solo, non però i punti di quella sono più dei punti di questa, ma e questi e quelli sono infiniti»27. Un'affermazione, questa, in cui non è difficile cogliere intuizioni che la successiva (recente) analisi dell'infinito attuale ha reso esplicite e fondate. La qual cosa (anche se il caso-Galileo può ritenersi ormai definitivamente chiuso) induce al rammarico, perché l'eclisse dell'opera di Galileo e il travisamento della sua figura non solo frenarono alquanto lo slancio della nuova scienza della natura, ma impedirono che giungessero tempestivamente a maturazione i frutti del suo pensiero creativo anche in campo matematico.

***Giuseppe Terregino***

*Liceo Classico «Mandralisca» - Cefalù*

*---------------------------------------------------------------------------------------------------------*

1 Di Fra' Gioachino non si hanno notizie certe. Potrebbe essere stato un certo Gioachino Patera, nato a Mistretta nel 1730 ed entrato nell'ordine dei cappuccini nel 1748. Ma si tratta di una notizia non ben documentata. Di lui si conserva, nella biblioteca comunale di Mistretta, un manoscritto di filosofia naturale dal titolo *Physiologiae Disputationes, Seu Naturalis Scìentiae, Secundum Arislotilis Mentem, Doctorisque Subtilis, Ad usum Fratris Joachim Maria Ab Amastra Ordinis Sancii Fran-cisci Cappuccinorum, studentis Ejusdem Ordinix. Amen.*

A questo volume, che ha tutte lo caratteristiche del manuale scolantico, faremo riferimento nel seguito della presente nota.

2 Cfr. G. de Santillana, //, *processo a Galileo,* Mondadori (BMM), Milano.

3 «Circa medium saeculi decimi septimi, quidam mathematicus Ducis etruriae, dictus Galileus, suscitavit philosophiam mecanicam Democriti et Epicuri». *(Op****,*** *cit.,* p. 2).

4 P. Redondi, *Galileo eretico,* Einaudi, Torino 1983.

5 «Si tratta di tre fogli senza data e senza firma; contengono la richiesta di un parere rivolta a un membro anonimo del S. Ufficio circa la conciliabilità di alcune idee atomistiche, espresse da Galileo in un passo del *Saggiatore,* con la dottrina eucaristica della transustanziazione». (Mario Viganò S. I., *Galileo ieri e oggi,* in «La civiltà cattolica» n. 3221 (1984), p. 379.

6 La inclusione tra i seguaci della scuola di Democrito e di Epicuro, che continuerà ad offuscare la fama di Galileo per molto tempo dopo la sua scomparsa, era emersa nella polemica col Grassi sulla natura delle comete. Della gravita di una siffatta insinuazione si rendeva ben conto Galileo, il quale, respingendola come infondata, in una postilla alla *Ratio ponderum librae et simbellae* sottolineava la malignità di chi cercava di danneggiarlo con un'accusa tanto grave ( quanto priva di fondamento (cfr. nota a *II Saggiatore,* in *Opere di Galileo Galilei,* UTET, Torino 1964, p. 638).

7 «Non fa meraviglia — dice il Viganò *(loc. cit.}* — che padre Guevara, chiamato a esprimere un giudizio sulla richiesta contenuta nel G3, abbia potuto facilmente scagionare Galileo da ogni sospetto e tranquillizzare l'anonimo estensore del G3 da ogni scrupolo, senza bisogno d'alcuna insabbiatura, come insinua il Redondi, ma per semplice archiviazione...».

*G3* è la sigla con cui venne contrassegnato il documento in questione.

8 Fra' Gioachino tratta abbastanza ampiamente del sistema copernicano, riguardo al quale conclude che sia «contra Fidem» in quanto «oppositum Sacrae Scripturae». Non ignora le tesi dei copernicani sui limiti e il carattere essenzialmente metaforico del linguaggio della Bibbia riguardo al moto del Sole. Le confuta, anzi, puntualmente e ne mette in luce il carattere a suo dire blasfemo. «Quapropter — conclude — non sine magna ratione S.S. D.N. Paulus Papa V dannant Systema copernicanum Anno 1616. Et Urbanus Papa VIII Anno 1633 tamquam Sacrae Scripturae contrarium». Però il nome di Galileo non compare, né tra i copernicani, né come destinatario delle due condanne così precisamente ricordate.

9 Tutta la trattazione, come si legge nel titolo del manoscritto, si svolge sulla falsariga del pensiero di Aristotele e di Duns Scoto (il Dottor sottile). Per brevità, ma ancor più perché si tratta di argomentazioni arcinote, oltre che piuttosto farraginose, non ne diamo il resoconto dettagliato.

10 Qui l'opera è menzionata col titolo datole nella traduzione a cura di L*.* Lombardo-Radice (UTET, Torino 1966). Il titolo originale è *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota.* Essa rappresenta il frutto più significativo della riscoperta e valorizzazione in senso euristico degli indivisibili in matematica.

11 Lettera di B. Cavalieri a Galileo da Roma del 9.V. 1926.

12 Cfr. lettera di B. C. a Galileo da Bologna del 2.X.1924.

13  Cfr. lo scolio del Teorema I del II libro della *Geometria degli indivisibili.*

14 Vedi *Esercitazione* (III) *contro Guidino,* cap. VII, sez. XVIII.

15 *Ibid.,* cap. VIII, sez. XXIV.

16 «Si in continuo adessent indivisibilia, ad divisionem Hostiae Sacrae indivisibile continuans, vel esset estremum utriusque medietatis, vel una medietas esset sine extremo. Si primum indivisibile esset divisibile: si secundum una medietas esset sine extremo; ergo a fortiori esset sine punctis continuantibus. Iterum peto. Si adesset in alia medietate extremum, seu terminus, vel ge-neraretur de novo, vel non; si non habemus intentum: si sic; ergo in Sacrosanta Hostia adesset aliquid in quo non esset Christus». 17 «Resp. quod esset extremum unius me-diatatis: prò alia medietate autem; quia in­divisibilia Corporis sunt lineae: quae etiam sunt divisibilia superficiei; illa linea divisi-bilis superficiei, quae ad fractionem Hostiae est proxima; mutat munus, nectendi, et ac-cipit munus terminandi». IH *Discorsi intorno a due, nuove scienze,* Giornata I, in *Oparc. di dal/itao (ìal.Uai,* UTET, Torino 1964, p. 605. li( L. Lombardo-Radice, *L'infinito,* Edito­ri Riuniti, Roma 1981, p. 33.

20 V. *Discorsi intorno a due nuove scien­ze,* in *op. cit.,* p. 602.

21 *Ibid.,* nota (di Franz Brunetti) n. 14, p. 606.

22 Ibid.

23 G. Galilei, *Discorsi intorno a due nuo­ve scienze,* in *op. cit.,* p. 599.

2/1 *Ibid.*

2r> *Ibid.,* p. 600.

26 *Ibid.,* p. 602.

27 *Ibid.,* p. 602 (nota) e voi. VII, p. 749 del­l'Edizione Nazionale delle opere di Galileo.